CONCOURS SUR ÉPREUVES D'ADMISSION
DANS LE CORPS DES OFFICIERS DE LA
GENDARMERIE NATIONALE

ouvert aux sous-officiers de carrière de gendarmerie titulaires d'une licence de l'enseignement supérieur général ou technologique, d'un autre titre ou diplôme classé au moins au niveau II (ancienne nomenclature) et au moins de niveau 6 (nouvelle nomenclature) du décret du 8 janvier 2019 relatif au cadre national des certifications professionnelles, d'un titre ou diplôme reconnu comme équivalent à ces derniers ou d'un titre professionnel dont la liste est établie par arrêté du ministre de l'intérieur

- OG SD -

SESSION 2021

ÉPREUVE À OPTION : MATHÉMATIQUES

(Durée : 03 heures – Coefficient : 15 - Note éliminatoire < 5/20)

Toutes les calculatrices sont autorisées, y compris programmables, alphanumérique ou à écran graphique, à condition que leur fonctionnement soit autonome (aucune connexion) et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimantes.

Le sujet comporte quatre pages dont une page de titre.

Chaque exercice est indépendant et peut être traité dans l'ordre choisi par le candidat, tant que les exercices sont clairement séparés sur sa copie.

Etude de suites et fonctions

Exercice I-1 : Etude d'une suite

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = \frac{3}{4} \\ u_{n+1} = u_n - u_n^2 \quad \text{pour} \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1. Démontrer par récurrence que, pour tout naturel non nul n, $u_n \in \left]0 ; \frac{1}{4}\right[$.

2. Etudier le sens de variation de la suite (u_n) .

3. A l'aide des questions précédentes, étudier la convergence de (u_n) .

4. Déterminer la limite de la suite (u_n) .

Exercice I-2 : Etude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \ln(e^{2x} + e^x + 1)$.

1. Montrer que la droite D d'équation $y = 2x$ est asymptote à la courbe représentative de la fonction f au voisinage de $+\infty$.

2. Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution dans $\mathbb{R}$

3. Résoudre l'équation $f(x) = 1$

Géométrie et produit scalaire dans l'espace

Exercice II-1 : QCM

Pour chaque question, une seule des propositions est exacte. Le candidat portera sur la copie la lettre correspondant à la réponse choisie et justifiera son choix.

Dans le plan orienté, ABCD est un carré direct tel que $((\vec{AB}, \vec{AD}) = \frac{\Pi}{2})$.

On note I son centre et J le milieu de [AI].

1. C est le barycentre des points pondérés (A,m), (B, 1) et (D, 1) lorsque :
   a. m = −2 b. m = 2 c. m = −1 d. m = 3

2. a. B est l'image de C par la rotation de centre I et d'angle $\frac{\Pi}{2}$

   b. Le rapport de l'homothétie de centre C qui transforme I en J est $\frac{2}{3}$

   c. Le triangle DAB est invariant par la symétrie de centre I.

   d. J est l'image de I par la translation de vecteur $\frac{1}{2}\vec{BA}+\frac{1}{4}\vec{DB}$

3. L'ensemble des points M du plan tels que $\|\vec{MA}+\vec{MC}\| = AB$ est :
   a. la médiatrice de [AC].
   b. le cercle circonscrit au carré ABCD.
   c. la médiatrice de [AI].
   d. le cercle inscrit dans le carré ABCD.

4. L'ensemble des points M du plan tels que : $(2\vec{MA}+\vec{MB}+\vec{MD})\cdot(\vec{MA}-\vec{MC})=0$ est:
   a. la médiatrice de [AC].
   b. le cercle circonscrit au carré ABCD.
   c. la médiatrice de [AI].
   d. le cercle inscrit dans le carré ABCD.

Exercice II-2 : Equation cartésienne d'un plan et produit scalaire

L'espace est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

1. Soit A et B les points de coordonnées respectives $A(1;5;0)$ et $B(3;-1;2)$.
Déterminer une équation cartésienne du plan médiateur de $[AB]$.

2. On considère désormais les plans : $(P): x+y+2z-8=0$ et $(Q): 2x-y+z+1=0$
a) Montrer que ces deux plans sont sécants.
b) Soit $C(1;0;1)$. Vérifier que le point C n'appartient à aucun des plans (P) et (Q) .
c) Donner un vecteur directeur de la droite Δ d'intersection des plans (P) et (Q) .

<u>Exercice III</u> : <u>Equation dans le plan complexe</u>

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O;\vec{u};\vec{v})$.

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation :

$$z^2-8\sqrt{3}z+64=0$$

2. On considère le point A d'affixe $a=4\sqrt{3}-4i$
Ecrire a sous forme exponentielle.

3. Soit B le point du plan tel que $OB=8$ et $(\vec{u},\vec{OB})=\frac{\Pi}{6}$.
Donner l'écriture algébrique de l'affixe b du point B.

4. Soit C le point d'affixe $c=-\sqrt{3}+i$ et D son image par la rotation de centre O et d'angle $-\frac{\Pi}{2}$
Déterminer l'affixe du point D.

<u>Exercice IV</u> : <u>Probabilités conditionnelles</u>

Soit $n\in\mathbb{N}, n\geq 2$. n personnes jouent à un jeu qui peut admettre plusieurs gagnants.
La probabilité que le joueur A gagne est $p(A)=\frac{1}{3}$.
La probabilité que le joueur B gagne sachant que A a gagné est $\frac{1}{4}$
La probabilité que le joueur A gagne sachant que B a gagné est $\frac{4}{9}$

Les résultats ci-dessous seront donnés sous forme de fraction.

1. Calculer la probabilité que B gagne.

2. Calculer la probabilité que A et B gagnent.

3. Les évènements "A gagne" et "B gagne" sont-ils indépendants?

4. Calculer la probabilité que A gagne sachant que B a gagné.