

# CONCOURS SUR ÉPREUVES D'ADMISSION DANS LE CORPS DES OFFICIERS DE LA GENDARMERIE NATIONALE

ouvert aux sous-officiers de carrière de gendarmerie titulaires d'une licence de l'enseignement supérieur général ou technologique, d'un autre titre ou diplôme classé au moins de niveau 6 du décret du 8 janvier 2019 relatif au cadre national des certifications professionnelles, d'un titre ou diplôme reconnu comme équivalent à ces derniers ou d'un titre professionnel dont la liste est établie par arrêté du ministre de l'intérieur

—  
- OG SD -  
SESSION 2025

## ÉPREUVE À OPTION : MATHÉMATIQUES

(Durée : 03 heures – Coefficient : 15 - Note éliminatoire  $< 5/20$ )

Toutes les calculatrices sont autorisées, y compris programmables, alphanumériques ou à écran graphique, à condition que leur fonctionnement soit autonome (aucune connexion) et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

Le sujet comporte 3 pages dont la présente page de titre.

Chaque exercice est indépendant et peut donc être traité dans l'ordre choisi par le candidat, tant que les exercices sont clairement séparés sur la copie.

## Exercice 1 - Étude de fonctions

### Partie A

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]1; +\infty[$  par :

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$$

1. Calculer la valeur de  $f(2)$ .
2. Étudier les limites de  $f$  aux bornes de son domaine de définition.
3. Calculer la dérivée  $f'(x)$  de la fonction  $f$ .
4. En étudiant le signe de  $f'(x)$ , déterminer le sens de variation de la fonction  $f$  sur  $]0; +\infty[$ .
5. Simplifier la forme de la fonction  $f$ .

### Partie B

Soit  $g$  la fonction définie sur  $] - 1; +\infty[$  par :

$$g(x) = \frac{3x + 1}{x^2 + 2x + 1}$$

1. Calculer la valeur de  $g(-0.5)$ .
2. Étudier les limites de  $g$  aux bornes de son domaine de définition.
3. Calculer la dérivée  $g'(x)$  de la fonction  $g$  et en déduire le sens de variation de  $g$  sur  $] - 1; +\infty[$ .
4. Déterminer les extremums éventuels de la fonction  $g$  sur  $] - 1; +\infty[$ .
5. Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$ .
6. Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction  $g$ . *Indication : Utiliser les informations de variations et les limites pour esquisser la courbe.*
7. Résoudre l'équation  $g(x) = 0$  sur  $] - 1; +\infty[$ . *Indication : Simplifier l'équation pour obtenir une forme facilement résoluble.*

## Exercice 2 - Étude de suites

Soit  $(u_n)$  la suite définie par :

$$u_0 = 280 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = 0.9 * u_n + 42$$

1. Calculer  $u_1$  et  $u_2$ .
2. Soit  $(v_n)$  la suite définie par  $v_n = u_n - 420$ . Montrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique et en déterminer la raison. *Indication : Exprimer  $v_{n+1}$  en fonction de  $v_n$ .*
3. Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$  à l'aide de la suite  $(v_n)$ .
4. Montrer que la suite  $(u_n)$  converge lorsque  $n$  tend vers  $+\infty$  et donner sa limite.

### Exercice 3 - Géométrie dans l'espace

On considère les points  $A(-1, 2, 1)$ ,  $B(3, 1, -1)$  et  $C(2, -1, 2)$  dans l'espace rapporté à un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

1. Vérifier que les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  ne sont pas alignés.
2. Calculer les coordonnées d'un vecteur normal au plan  $(ABC)$ .
3. Déterminer une équation cartésienne du plan  $(ABC)$ .
4. Soit  $D$  le point de coordonnées  $(0, 0, 0)$ . Montrer que  $D$  n'appartient pas au plan  $(ABC)$ .
5. Calculer la distance du point  $D$  au plan  $(ABC)$ . *Indication : Utiliser une formule standard pour la distance point-plan.*
6. Soit  $E$  le point de coordonnées  $(x, y, z)$  tel que  $\vec{AE} = t\vec{AB}$  avec  $0 \leq t \leq 1$ . Déterminer  $t$  tel que  $E$  appartienne au plan  $(ABC)$ . *Indication : Trouver le paramètre correspondant pour lequel un point de  $(AB)$  appartient au plan  $(ABC)$ .*

### Exercice 4 - Calculs de probabilités

Une étude statistique a montré que 60% des employés d'une entreprise fument. On choisit au hasard 5 employés de cette entreprise.

1. Quelle est la probabilité qu'exactly 1 employé choisi soit fumeur ?
2. Quelle est la probabilité qu'exactly 3 employés choisis soient fumeurs ?
3. Soit  $X$  la variable aléatoire donnant le nombre de fumeurs parmi les 5 employés choisis. Justifier que  $X$  suit une loi binomiale et calculer son espérance et sa variance.
4. On sait qu'il y a au moins 2 fumeurs parmi les 5 employés choisis. Quelle est la probabilité que tous les employés choisis soient fumeurs ? *Indication : Utiliser une probabilité conditionnelle.*
5. Un second échantillon de 10 employés est prélevé. Quelle est la probabilité que le nombre de fumeurs dans cet échantillon soit compris entre 4 et 7 ? *Indication : Calculer la probabilité cumulative pour obtenir un intervalle de valeurs.*

### Exercice 5 - Nombres complexes et géométrie

Soit  $z_1 = 2 + 3i$  et  $z_2 = -1 + i$  deux nombres complexes. On considère leur forme trigonométrique et leurs représentations géométriques.

1. Calculer la valeur de  $|z_1|$ .
2. Exprimer  $z_1$  et  $z_2$  sous forme trigonométrique.
3. Calculer le module et l'argument de  $z_1$  et  $z_2$ .
4. Calculer le produit  $z_1 \cdot z_2$  et exprimer le résultat sous forme trigonométrique.
5. Interpréter géométriquement les points  $A(z_1)$ ,  $B(z_2)$  et leur produit  $A \cdot B$  dans le plan complexe. *Indication : Utiliser les modules et arguments pour interpréter l'effet du produit.*