CONCOURS SUR ÉPREUVES D'ADMISSION
DANS LE CORPS DES OFFICIERS DE LA
GENDARMERIE NATIONALE

Ouvert aux candidats titulaires d'un diplôme ou titre conférant le grade de master ou d'un diplôme ou titre homologué ou enregistré au répertoire national des certifications professionnelles au niveau I

- OG SCI -

SESSION 2024

ÉPREUVE DE CAS CONCRET

(Durée : 02 heures 30 – Coefficient : 08 – Note éliminatoire < 05/20)

<u>Attention</u> : Le candidat ne doit pas avoir à répondre sur la (ou les) feuilles portant le sujet. Il ne doit répondre que sur sa copie (préservation de l'anonymat).

Remarques préliminaires

- Le sujet propose un panel d'exercices de types différents. Ces exercices sont indépendants et peuvent donc être traités séparément par le candidat. **Trois exercices doivent être traités par le candidat avec les parties 1 et 2 obligatoires puis 1 exercice au choix parmi ceux présentés en partie 3.**
- L'usage de la calculatrice est autorisé.
- Les candidats sont encouragés à lire l'ensemble du sujet.
- Les énoncés des formules et théorèmes utiles sont fournis en annexe, les formules relevant des programmes de lycée sont toutefois réputées connues des candidats.
- Plusieurs questions demandent une explication qualitative, il est attendu des réponses claires et concises.
- Les explications des phénomènes interviennent dans la notation au même titre que les développements analytiques et les applications numériques.
- La présentation des copies importe, toute copie difficilement lisible pourra se voir sanctionner.

ANNEXE

- I – Formules nécessaires

Partie I – Informatique

L'épreuve doit être traitée en langage Python. Les syntaxes sont rappelées en annexe. Les différents algorithmes doivent être rendus dans leur forme définitive sur la copie à rendre (les brouillons ne seront pas acceptés).

A/ Fonction mystère :

```
def mystere (v)
       r = 0
       while v > 0 :
               if v % 10 == 0 :
                   r = r + 1
               v = v // 10
       return r
```

Rappel : en python, le quotient entier d'a par b est noté a//b, et le reste de la division entière est noté a%b (modulo).

Question 1. Donner les valeurs successives prises par les variables v et r lors de l'appel `mystere (500601)`, ainsi que la valeur retournée.

Question 2. D'une manière générale, indiquer ce que retourne `mystere(v)` en fonction de l'entier strictement positif v.

Question 3. En vous inspirant de la fonction `mystere`, écrire une fonction `plusGrandChiffre (v)` qui retourne le plus grand chiffre contenu dans le nombre entier v. Par exemple, la valeur retournée par `plusGrandChiffre (500601)` est 6.

B/ Gestion inventaires de produits :

Considérons un inventaire de produits dans un magasin. Chaque produit est représenté par un dictionnaire avec les informations suivantes : nom, prix unitaire, quantité en stock.

```
produit1 = {"nom": "Clé à molette", "prix": 12.50, "quantite": 30}

produit2 = {"nom": "Perceuse sans fil", "prix": 89.99, "quantite":
15}

produit3 = {"nom": "Scie circulaire", "prix": 45.75, "quantite": 20}

produit4 = {"nom": "Tournevis Phillips", "prix": 2.99, "quantite":
50}
```

Question 4. Déclarez une liste appelée `inventaire` contenant les quatre produits définis ci-dessus.

Question 5. Écrivez une fonction nommée `calculer_valeur_stock()` qui prend en entrée la liste `inventaire` et retourne la valeur totale du stock (quantité * prix) de tous les produits.

Question 6. Utilisez la fonction `calculer_valeur_stock` pour calculer la valeur totale du stock dans la liste `inventaire`.

Question 7. Écrivez une fonction nommée `ajouter_produit` qui prend en entrée un produit et une liste d'inventaire, et ajoute ce produit à l'inventaire.

Question 8. Utilisez la fonction `ajouter_produit` pour ajouter un nouveau produit à l'inventaire. Le nouveau produit est une clé USB avec un prix de 8.99 euros et une quantité de 40.

Question 9. Affichez le nouvel inventaire après l'ajout du produit, et recalculez la valeur totale du stock.

Partie II - Mathématiques

La route nationale 79 qui s'étend sur 167 km entre Montmarault et Mâcon est particulièrement accidentogène. En moyenne, on dénombre 8 accidents corporels par an. On suppose que le nombre d'accidents (corporels) survenant durant une année est indépendant du nombre d'accidents survenus l'année précédente et que le nombre d'accidents survenant sur une période ne dépend que de la durée de la période.

Question 1. Soit X la variable aléatoire représentant le nombre d'accidents qui surviendront l'année prochaine :

a) Expliquer pourquoi la variable X suit une loi de Poisson ? Donner l'espérance et la variance de X.

b) Quelle est la probabilité qu'il y ait un seul accident l'année prochaine ?

c) Quelle est la probabilité qu'il y ait au maximum 5 accidents l'année prochaine ?

d) Quelle est la probabilité qu'il y ait au minimum 7 accidents l'année prochaine ?

Question 2. On observe une durée moyenne entre deux accidents (corporels) successifs de 1.5 mois. On note Y la durée (en mois) entre deux accidents successifs.

a) Expliquer comment la durée moyenne entre deux accidents a été calculée.

b) Pourquoi Y suit-elle une loi exponentielle ? Calculer son espérance et sa variance.

c) Quelle est la probabilité qu'il y ait deux accidents en moins d'un mois ?

d) Quelle est la probabilité qu'il n'y ait pas d'accident durant trois mois consécutifs ?

On a observé que la vitesse X des automobilistes roulant sur la RN79 suit une loi normale $\mathcal{N}(80{,}15)$.

Question 3. Donner l'espérance et la variance de X.

Question 4. Quelle est la probabilité que la vitesse d'un automobiliste soit :

a) Supérieure à 90 km/h ?

b) Inférieure à 60 km/h ?

c) Comprise entre 60 et 90 km/h ?

Question 5. En prévision d'un contrôle radar, quelle doit être la vitesse maximale tolérée afin de ne pas verbaliser plus de 10% des conducteurs ?

Partie III: Exercice au choix – physique / chimie / mathématiques

Exercice 1 - Physique

La sécurité routière insiste fortement sur le respect de distances minimales entre les véhicules afin qu'en cas d'incident imprévu, tout véhicule puisse s'arrêter sans danger.

Sur autoroute, près de deux tiers des conducteurs ne respectent pas la distance de sécurité. La distance d'arrêt d'un véhicule correspond à la distance parcourue pendant le temps de réaction de son conducteur à laquelle s'ajoute la distance de freinage.

- Temps de réaction noté t_R: on évalue à **une seconde** le temps minimum nécessaire pour que le conducteur réagisse en cas d'incident ou d'apparition d'un obstacle et ce, dans les meilleures conditions. Pendant ce temps-là, le véhicule continue sa course. Ce n'est qu'une fois l'information assimilée que le conducteur commence vraiment à freiner.
- Distance de freinage : sa longueur varie en fonction de la vitesse du véhicule, de l'efficacité du système de freinage, de la pente, ...

Le code de la route a fixé une règle claire : l'intervalle de sécurité à ménager entre vous et le véhicule qui vous précède est au moins la distance que vous parcourez en 2 secondes. Plus votre vitesse est élevée, plus cette distance doit être grande.
Pour évaluer la bonne distance, une technique est de prendre un repère visuel sur le bord de la route (arbre, panneau, ...). Une fois que le véhicule précédant est passé à sa hauteur, il suffit de compter 2 secondes. Si votre véhicule passe ce même repère avant ce délai, vous êtes trop près.
Autre astuce sur autoroute et à 130 km.h^{-1}, vous devez laisser au moins un intervalle de 2 traits (lignes délimitant la bande d'arrêt d'urgence) soit environ **90 mètres** pour arrêter votre véhicule sans percuter celui qui vous précède.

On considère un véhicule roulant sur une route rectiligne horizontale Ox à la vitesse v_0 prise égale pour l'instant à 130 km.h^{-1} avec un mouvement uniforme. On notera $\overrightarrow{e_x}$ le vecteur unitaire de l'axe O_x dans le sens du déplacement.

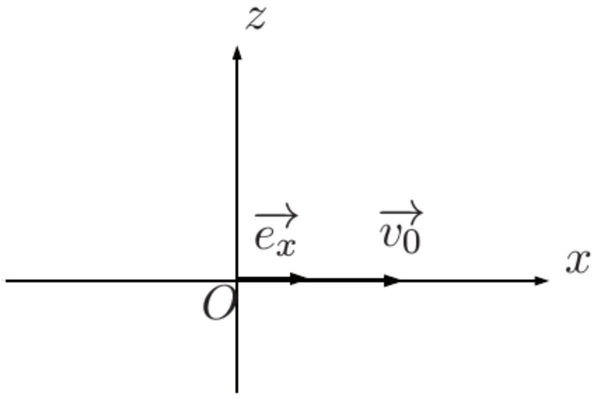

Figure 1: Véhicule sur une route horizontale

On prendra l'origine des temps à l'instant où un obstacle a surgi et celle de l'espace à la position initiale (pour t=0).

Pour les applications numériques, on prendra t_R= 1,0 s et D=90m.

Question 1. Rappeler la définition d'un mouvement rectiligne puis d'un mouvement uniforme.

Question 2. Lorsqu'un obstacle sur la voie apparaît au conducteur, la première phase du mouvement vers l'immobilisation correspond au temps de réaction t_R. Que peut-on dire de la nature du mouvement au cours de cette phase ? En déduire l'expression de la vitesse au cours du temps pour cette phase.

Question 3. La seconde correspond au freinage proprement dit. Par simplification, on considère que le freinage consiste à imposer une décélération a_0 constante. Si on suppose que $a_0 > 0$, donner l'expression du vecteur accélération au cours du temps puis celle du vecteur vitesse.

Question 4. En déduire la position x(t) du véhicule en fonction du temps.

Question 5. Déterminer l'instant t_1 pour lequel le véhicule s'arrête. En déduire la distance d'arrêt $d_a$en fonction de v_0, a_0 et t_R.

Question 6. Exprimer puis calculer la valeur minimale de la décélération permettant d'utiliser les lignes de la bande d'arrêt d'urgence pour évaluer la distance de sécurité, c'est-à-dire pour que la distance d'arrêt soit inférieure à la distance D des deux lignes de la bande d'arrêt d'urgence.

Question 7. Pour une valeur de décélération a_0= 12 m.s^{-2}, comparer les temps d'arrêt et les distances d'arrêt pour des vitesses respectivement de 90 et 130 km.h^{-1}. Les résultats sont-ils logiques ?

Exercice 2 - Chimie
Batteries sodium-ion une alternative écologique et abordable

« Alors qu'elle commercialise le premier produit grand public alimenté par la technologie de batteries sodium-ion, la spin-off du CNRS Tiamat a d'autres grands projets[1]. »

Figure 2 : Cellules de batterie sodium-ion produites par Tiamat © Cyril FRESILLON / Tiamat / CNRS

En plus de s'affranchir du lithium ces batteries se passent également d'utilisation de Cobalt présents dans les batteries Lithium-ion, dont l'utilisation et l'exploitation posent des problèmes sociaux et environnementaux (recyclage et toxicité). Si ces nouvelles batteries présentent moins de densité d'énergie électrique elles sont cependant adaptées aux applications nécessitant une forte puissance et une charge rapide comme les engins de déplacements personnels motorisés (EDPM). La société qui a développé ces batteries annonce une charge bien plus rapide et une durée de vie plus longue que les batteries lithium-ion.

Données à 298K :

- Potentiels standards en V

$Li^+/Li_{(s)}$ = -3,0 V $Na^+/Na_{(s)}$ = -2,7 V $H^+/H_{2(g)}$ = 0,0 V $CoO_2(s)/LiCoO_2(s)$ = 0,65 V

- $\frac{RT}{F}\ln(10) = 0{,}06\,V$
- Produit ionique de l'eau : K_e= 1.10^{-14}
- Numéro atomique du lithium : Z=3 et du cobalt : Z=27
- Constante de Faraday : F = NA*e = 9,65*104 C.mol-1

[1] https://www.cnrs.fr/fr/cnrsinfo/batteries-sodium-ion-une-premiere-mondiale-dont-nous-sommes-tres-fiers

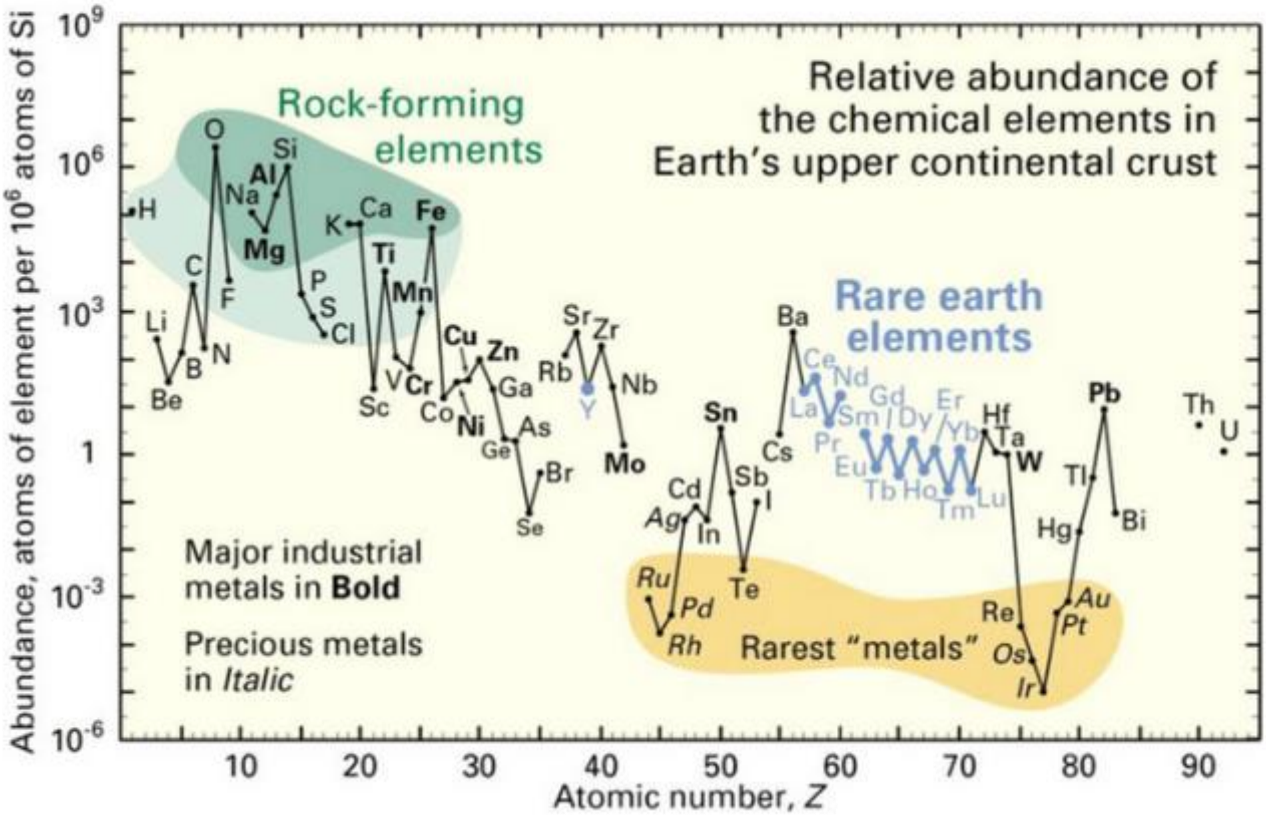

Figure 3 :Evolution de l'abondance (fraction atomique) des éléments chimiques de la croûte continentale terrestre en fonction de leur numéro atomique[2]

Question 1. Quel intérêt existe-t-il dans le remplacement des électrodes au Lithium par des électrodes à Sodium ? Quel inconvénient existe-t-il aujourd'hui à ce remplacement ?

Question 2. Rappeler la position du lithium dans le tableau périodique, la famille chimique à laquelle il appartient et une des propriétés de cette famille chimique.

Question 3. Donner la configuration d'un atome de Lithium et de cobalt dans leur état fondamental.

La batterie lithium-ion est basée sur l'échange réversible de l'ion lithium entre une électrode formée d'un oxyde de métal de transition lithié (dioxyde de cobalt ou de manganèse) et une électrode en graphite, voir figure 1. Ces deux électrodes baignent dans un électrolyte organique contenant des ions Li^+.

2 Rare earth elements – Critical Resources for high technology – U.S. Geological survey – Fact sheet 087-02

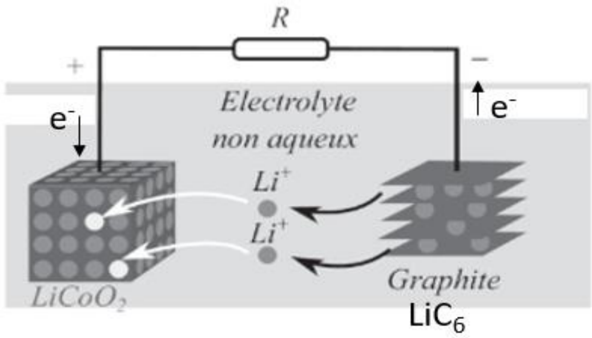

Figure 4 : Schéma de fonctionnement de l'accumulateur Lithium-Ion pendant la décharge

Au pôle ⊖ de l'accumulateur, des atomes de lithium s'insèrent dans une structure carbonée de type graphite C_6(s), la formule chimique du composé d'insertion obtenu est alors LiC_6. Lors de la décharge, le lithium se « désinsère » et chaque atome de lithium peut alors libérer un électron.

Question 4. À partir du schéma de fonctionnement, identifier l'anode et la cathode.

Question 5. Écrire la demi-équation électronique d'oxydation du lithium métallique et l'équation de la réaction de désinsertion des atomes de lithium du graphite. En déduire l'équation de la réaction électrochimique « bilan » modélisant l'ensemble de ces phénomènes pendant la décharge.

Question 6. Les espèces $LiCoO_2$ et CoO_2 forment un couple redox. Déterminer le nombre d'oxydation du cobalt dans chacune de ces espèces et identifier l'oxydant et le réducteur (On admet que le lithium Li possède un nombre d'oxydation de +I). En déduire la réaction électrochimique se produisant à l'électrode contenant du cobalt pendant la décharge.

Question 7. En déduire la réaction globale de fonctionnement de l'accumulateur lorsqu'il fonctionne en générateur.

On se propose d'étudier le comportement du lithium et du sodium dans l'eau. On fournit dans la figure ci-dessous les courbes intensité-potentiel à pH=7 maintenu constant :

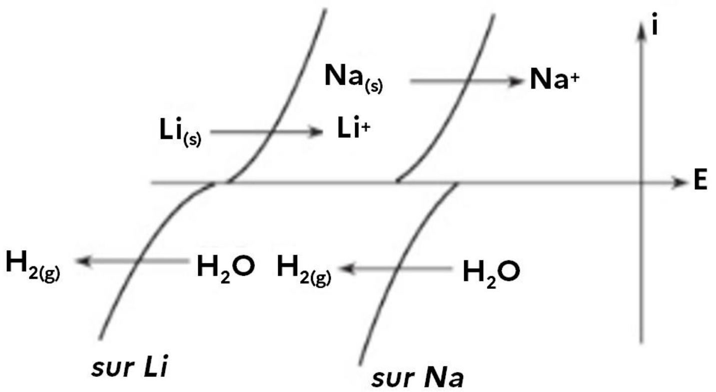

Figure 5 : Courbes intensité-potentiel

Question 8. Ecrire les équations du lithium métal et du sodium métal avec l'eau en milieu acide en prenant un nombre stœchiométrique du métal alcalin égal à 2.

Question 9. Déterminer les valeurs des constantes d'équilibres associées à ces équations à 298 K. Que peut-on en déduire ?

Exercice 3 - Mathématiques

Partie I. Soit $f: [0,1] \to \mathbb{R}$ une fonction deux fois dérivable. On considère les trois hypothèses (H0)-(H1)-(H2) suivantes :

$$f(0) = f(1) = 0 \qquad \textbf{(H0)}$$
$$f'(0) > 0 \; et \; f'(1) < 0 \qquad \textbf{(H1)}$$
$$\forall x \in [0,1], f''(x) < 0 \qquad \textbf{(H2)}$$

Question 1. Représenter graphiquement un exemple de fonction f vérifiant les hypothèses (H0) et (H1).

On suppose maintenant que f vérifie les trois hypothèses (H0)-(H1)-(H2).

Question 2. Montrer qu'il existe un unique $c \in]0,1[$ tel que $f'(c) = 0$.

Question 3. Donner le tableau de variation de f et en déduire que $f(x) > 0$ pour tout $x \in]0,1[$.

Partie II. Soit I un intervalle et $g: I \to \mathbb{R}$ une fonction deux fois dérivable vérifiant $g''(x) < 0$ pour tout $x \in I$.

Question 4. Dans cette question on fixe $a, b \in I$ avec $a < b$. On considère la fonction $f: [0,1] \to \mathbb{R}$ définie par

$$f(x) = g(xa + (1-x)b) - xg(a) - (1-x)g(b).$$

e) Justifier que f est bien définie sur [0,1], qu'elle est deux fois dérivable, et exprimer f' et f'' à l'aide de g' et g''.

f) Montrer que f vérifie les hypothèses (H0) et (H2) de la partie I.

g) Montrer que f vérifie l'hypothèse (H1) de la partie I. Indication : on pourra utiliser le théorème des accroissements finis.

Question 5. Montrer que g vérifie la propriété

$$\forall a < b \in I, \forall x \in]0,1[, g(xa + (1-x)b) > xg(a) + (1-x)g(b).$$

➢ *Lois de probabilités :*

Récapitulatif des lois discrètes

Loi	Notation	Support	Loi	Espérance	Variance
Bernoulli	$\mathcal{B}(1,p)$	$X(\Omega)=\{0,1\}$	$P(X=0)=q \quad P(X=1)=p$	$E(X)=p$	$\mathrm{Var}(X)=pq$
Binomiale	$\mathcal{B}(n,p)$	$X(\Omega)=\{0,\dots,n\}$	$P(X=k)=\binom{n}{k}p^k q^{n-k}$	$E(X)=np$	$\mathrm{Var}(X)=npq$
Hypergéométrique	$\mathcal{H}(N,n,p)$	$X(\Omega)\subset\{0,\dots,n\}$	$P(X=k)=\dfrac{\binom{Np}{k}\times\binom{Nq}{n-k}}{\binom{N}{n}}$	$E(X)=np$	$\mathrm{Var}(X)=npq\dfrac{N-n}{N-1}$
Géométrique	$\mathcal{G}(p)$	$X(\Omega)=\mathbb{N}^*$	$P(X=k)=pq^{k-1}$	$E(X)=\dfrac{1}{p}$	$\mathrm{Var}(X)=\dfrac{q}{p^2}$
Pascal	$\mathrm{Pascal}(r,p)$	$X(\Omega)=\{r,r+1,\dots\}$	$P(X=k)=\binom{k-1}{r-1}p^r q^{k-r}$	$E(X)=\dfrac{r}{p}$	$\mathrm{Var}(X)=\dfrac{rq}{p^2}$
Poisson	$\mathcal{P}(\lambda)$	$X(\Omega)=\mathbb{N}$	$P(X=k)=e^{-\lambda}\dfrac{\lambda^k}{k!}$	$E(X)=\lambda$	$\mathrm{Var}(X)=\lambda$

$p\in[0,1] \qquad q=1-p \qquad n,N,r\in\mathbb{N}^* \qquad \lambda>0$

Récapitulatif des lois continues

Loi	Notation	Support	Loi/Densité	Espérance	Variance
Uniforme	$\mathcal{U}(a,b)$	$X(\Omega)=[a,b]$	$f_X(x)=\dfrac{1}{b-a}$ si $x\in[a,b]$	$E(X)=\dfrac{a+b}{2}$	$\mathrm{Var}(X)=\dfrac{(b-a)^2}{12}$
Exponentielle	$\mathcal{E}(\lambda)$ $\mathrm{Exp}(\lambda)$	$X(\Omega)=[0,+\infty[$	$f_X(x)=\lambda e^{-\lambda x}$ si $x\geqslant 0$	$E(X)=\dfrac{1}{\lambda}$	$\mathrm{Var}(X)=\dfrac{1}{\lambda^2}$
Normale	$\mathcal{N}(\mu,\sigma)$	$X(\Omega)=\mathbb{R}$	$f_X(x)=\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	$E(X)=\mu$	$\mathrm{Var}(X)=\sigma^2$
Normale standard (Z)	$\mathcal{N}(0,1)$	$Z(\Omega)=\mathbb{R}$	$f_Z(z)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-z^2/2}$	$E(Z)=0$	$\mathrm{Var}(Z)=1$
Khi-deux (K^2)	$\chi^2(n)$	$K^2(\Omega)=[0,+\infty[$	$K^2=\sum_{i=1}^{n}Z_i^2$ où $Z_i\hookrightarrow\mathcal{N}(0,1)$ ind.	$E(K^2)=n$	$\mathrm{Var}(K^2)=2n$
Student (T)	$St(n)$	$T(\Omega)=\mathbb{R}$	$T=\dfrac{Z}{\sqrt{K^2/n}}$ où $\begin{cases}Z\hookrightarrow\mathcal{N}(0,1)\\K^2\hookrightarrow\chi^2(n)\end{cases}$ ind.	$E(T)=0$	$\mathrm{Var}(T)=\dfrac{n}{n-2}$
Fisher (F)	$F(n_1,n_2)$	$F(\Omega)=[0,+\infty[$	$F=\dfrac{K_1^2/n_1}{K_2^2/n_2}$ où $\begin{cases}K_1^2\hookrightarrow\chi^2(n_1)\\K_2^2\hookrightarrow\chi^2(n_2)\end{cases}$ ind.	$E(F)=\dfrac{n_2}{n_2-2}$	$\mathrm{Var}(F)=\dfrac{2n_2^2(n_1+n_2-2)}{n_1(n_2-2)^2(n_2-4)}$

$a,b\in\mathbb{R} \qquad a<b \qquad \lambda>0 \qquad \mu\in\mathbb{R} \qquad \sigma>0 \qquad n,n_1,n_2\in\mathbb{N}^*$

Fonction de répartition de la loi de Poisson

$$P(\mathcal{P}(\lambda) \leqslant k)$$

Exemple : $P(\mathcal{P}(2.5) \leqslant 4) = 0.8912$

$k \backslash \lambda$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0	0.9048	0.8187	0.7408	0.6703	0.6065	0.5488	0.4966	0.4493	0.4066
1	0.9953	0.9825	0.9631	0.9384	0.9098	0.8781	0.8442	0.8088	0.7725
2	0.9998	0.9989	0.9964	0.9921	0.9856	0.9769	0.9659	0.9526	0.9371
3	1.0000	0.9999	0.9997	0.9992	0.9982	0.9966	0.9942	0.9909	0.9865
4	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9992	0.9986	0.9977
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997

$k \backslash \lambda$	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
0	0.3679	0.2231	0.1353	0.0821	0.0498	0.0302	0.0183	0.0111	0.0067
1	0.7358	0.5578	0.4060	0.2873	0.1991	0.1359	0.0916	0.0611	0.0404
2	0.9197	0.8088	0.6767	0.5438	0.4232	0.3208	0.2381	0.1736	0.1247
3	0.9810	0.9344	0.8571	0.7576	0.6472	0.5366	0.4335	0.3423	0.2650
4	0.9963	0.9814	0.9473	0.8912	0.8153	0.7254	0.6288	0.5321	0.4405
5	0.9994	0.9955	0.9834	0.9580	0.9161	0.8576	0.7851	0.7029	0.6160
6	0.9999	0.9991	0.9955	0.9858	0.9665	0.9347	0.8893	0.8311	0.7622
7	1.0000	0.9998	0.9989	0.9958	0.9881	0.9733	0.9489	0.9134	0.8666
8	1.0000	1.0000	0.9998	0.9989	0.9962	0.9901	0.9786	0.9597	0.9319
9	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9989	0.9967	0.9919	0.9829	0.9682
10	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9990	0.9972	0.9933	0.9863
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9991	0.9976	0.9945
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9992	0.9980
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9993
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999

$k \backslash \lambda$	5.5	6	6.5	7	7.5	8	8.5	9	9.5
0	0.0041	0.0025	0.0015	0.0009	0.0006	0.0003	0.0002	0.0001	0.0001
1	0.0266	0.0174	0.0113	0.0073	0.0047	0.0030	0.0019	0.0012	0.0008
2	0.0884	0.0620	0.0430	0.0296	0.0203	0.0138	0.0093	0.0062	0.0042
3	0.2017	0.1512	0.1118	0.0818	0.0591	0.0424	0.0301	0.0212	0.0149
4	0.3575	0.2851	0.2237	0.1730	0.1321	0.0996	0.0744	0.0550	0.0403
5	0.5289	0.4457	0.3690	0.3007	0.2414	0.1912	0.1496	0.1157	0.0885
6	0.6860	0.6063	0.5265	0.4497	0.3782	0.3134	0.2562	0.2068	0.1649
7	0.8095	0.7440	0.6728	0.5987	0.5246	0.4530	0.3856	0.3239	0.2687
8	0.8944	0.8472	0.7916	0.7291	0.6620	0.5925	0.5231	0.4557	0.3918
9	0.9462	0.9161	0.8774	0.8305	0.7764	0.7166	0.6530	0.5874	0.5218
10	0.9747	0.9574	0.9332	0.9015	0.8622	0.8159	0.7634	0.70 6	0.6453
11	0.9890	0.9799	0.9661	0.9467	0.9208	0.8881	0.8487	0.80 3	0.7520
12	0.9955	0.9912	0.9840	0.9730	0.9573	0.9362	0.9091	0.8758	0.8364
13	0.9983	0.9964	0.9929	0.9872	0.9784	0.9658	0.9486	0.9261	0.8981
14	0.9994	0.9986	0.9970	0.9943	0.9897	0.9827	0.9726	0.9585	0.9400
15	0.9998	0.9995	0.9988	0.9976	0.9954	0.9918	0.9862	0.9780	0.9665
16	0.9999	0.9998	0.9996	0.9990	0.9980	0.9963	0.9934	0.9889	0.9823
17	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9992	0.9984	0.9970	0.9947	0.9911
18	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9993	0.9987	0.9976	0.9957
19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9995	0.9989	0.9980
20	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9991

Fonction de répartition de la loi normale standard

$$P(\mathcal{N}(0,1) \leqslant z)$$

Exemple : $P(\mathcal{N}(0,1) \leqslant 1.33) = 0.9082$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

➢ *Etude de fonctions :*

- **Théorème de Rolle :**

Théorème — Soient a et b deux réels tels que $a < b$ et f une fonction à valeurs *réelles* continue sur $[a, b]$ et dérivable sur $]a, b[$ telle que

$$f(a) = f(b).$$

Alors, il existe (au moins) un réel c dans $]a, b[$ tel que

$$f'(c) = 0.$$

- **Théorème des valeurs intermédiaires :**

> Pour toute fonction f définie et continue sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ et à valeurs réelles, l'image $f(I)$ est un intervalle de $\mathbb{R}$.

Énoncé équivalent :

Pour toute application continue $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ et tout réel u compris entre $f(a)$ et $f(b)$, il existe au moins un réel c compris entre a et b tel que $f(c) = u$.

- **Théorème des accroissements finis :**

Pour toute fonction réelle d'une variable réelle $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ (a et b réels tels que $a < b$), supposée continue sur l'intervalle fermé $[a, b]$ et dérivable sur l'intervalle ouvert $]a, b[$, il existe un réel c dans $]a, b[$ vérifiant :

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c).$$

➢ *Formules de base sur la vitesse :*

$$\vec{v} = \frac{\partial}{\partial t}\vec{x}$$

$$\mathrm{d}\vec{v} = \overrightarrow{a}\,\mathrm{d}t$$

$$\overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S} = \mathrm{d}D_v$$

➢ ***Rappel des syntaxes en python :***

	Python
tableau à une dimension	`L=[1,2,3]` (liste) `v=array([1,2,3])` (vecteur)
accéder à un élément	`v[0]` renvoie 1
ajouter un élément	`L.append(5)` uniquement sur les listes
tableau à deux dimensions (matrice)	`M=array(([1,2,3],[3,4,5]))`
accéder à un élément	`M[1,2]` ou `M[1][2]` donne 5
extraire une portion de tableau (2 premières colonnes)	`M[:,0:2]`
tableau de 0 (2 lignes, 3 colonnes)	`zeros((2,3))`
dimension d'un tableau T de taille (i,j)	`T.shape donne [i,j]`
séquence équirépartie quelconque de 0 à 10.1 (exclus) par pas de 0.1	`arange(0,10.1,0.1)`
définir une chaîne de caractères	`mot="Python"`
taille d'une chaîne	`len(mot)`
extraire des caractères	`mot[2:7]`
boucle `For`	`for i in range(10):` `print ( i )`

condition `If`	`if (i>3):`
	    `print (i)`
	`else:`
	    `print("hello")`

définir une fonction qui possède un argument et renvoie 2 résultats	`def fonction(param):`
	    `res1=param`
	    `res2=param*param`
	`return res1,res2`

tracé de points (o) de coordonnées (x,y)	`plot(x,y,"o")`